Nom et Prénom :	Code Sujet : ○○○

A B C D E F G H K L M N P R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

△ TeSciA Feuille-Réponse Épreuve 2, Option A △

R5 Soit A un sous-ensemble de $\mathbb{R}$ tel que A et $-A$ soient bien ordonnés.
On suppose A infini (par l'absurde).
On construit alors par récurrence : $\begin{cases} \text{une suite } (A_n)_{n\in\mathbb{N}} \text{ de parties infinies de } A \\ \text{une suite } (x_n)_{n\in\mathbb{N}} \text{ d'éléments de } A \end{cases}$

en prenant $A_0 = A$ et, A_n étant construit (infini), en prenant :
$\begin{cases} x_n \text{ le plus petit élément de } A_n \\ A_{n+1} = A_n \setminus \{x_n\} \text{ (ensemble de tous les éléments de } A_n \text{ sauf } x_n), \end{cases}$
et évidemment A_{n+1} reste infini et $x_n < x_{n+1}$.
Il est alors clair que $\{-x_n \mid n\in\mathbb{N}\}$ est une partie non vide de $-A$ sans plus petit élément. C'est absurde, donc A est finie.

R6 D'abord $m \le \frac{n(n-1)}{2}$ (il y a $\frac{n(n-1)}{2}$ paires de points dans E).

Prenons une droite $\mathcal{D}$, $\Omega\in\mathcal{D}$, $\vec{u}$ vecteur unitaire dirigeant $\mathcal{D}$.
Pour $k\in\mathbb{N}^*$, on prend P_k sur $\mathcal{D}$ tel que $\overrightarrow{\Omega P_k} = 2^k\vec{u}$. Vérifions que $m=\frac{n(n-1)}{2}$ pour $E=\{P_1,\dots,P_n\}$. Il s'agit de montrer que les distances $P_1P_2, P_1P_3, \dots, P_{n-1}P_n$ sont distinctes.

Soit donc $i<j$ et $k<l$ (dans $\mathbb{N}^*$). Supposons $P_iP_j = P_kP_l$, i.e. $2^l-2^k = 2^j-2^i$. Si $l<j$ alors $2^l-2^k < 2^{j-1} \le 2^j-2^i$. Ainsi $l \ge j$. Symétriquement $j \ge l$ donc $l=j$. Ensuite $2^k = 2^i$ donc $\boxed{k=i}$

L1 $\frac{7+i}{1+2i} = \frac{9}{5} + i\cdot\left(-\frac{13}{5}\right)$	**L2** Les solutions sont les fonctions constantes de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
L3 $D=4$ ou $D=6$	**L4** $d(1)=0$; $d\left(\frac{i}{2}\right)=\frac{1}{2}$; $d\left(1+\frac{5}{4i}\right)=\frac{1}{4}$
L5 $\{0\,;1\,;\sqrt{2}\}$ et $\mathbb{N}^*$	**L6** (A1) et (A4)
L7 La plus petite valeur possible pour m est 2.	**L8** $a=\left\lceil\frac{n-1}{k}\right\rceil$ (plus petit entier supérieur ou égal à $(n-1)/k$)