Nom et Prénom :

Code Sujet : ○ ○ ○

A B C D E F G H K L M N P R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

○ TeSciA Feuille-Réponse Épreuve 1 ○

R1

Considerons la fonction $f : x \longmapsto e^x - x - 1$.

Elle est dérivable et $f' : x \longmapsto e^x - 1$. De plus $f(0) = 0$

Comme exp est strictement croissante, on obtient le tableau de variations partiel suivant :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$\searrow$		0		$\nearrow$

Ce tableau montre que f possède exactement un point d'annulation. Autrement dit, l'équation $e^x = x + 1$ possède une unique solution réelle.

R2

On observe sur les coordonnées que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, donc A, B, C, D sont coplanaires.

R3

La réponse à M59 donne un $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que $\forall n \geqslant n_0,\ c_{n+1} \geqslant c_n + \frac{1}{2}$.
La suite $(c_n)_{n \geqslant n_0}$ est en particulier croissante, donc a une limite ℓ, réelle ou $+\infty$. Si ℓ est réelle alors $\ell \geqslant \ell + \frac{1}{2}$ en passant à la limite, ce qui est absurde.

Ainsi $\boxed{c_n \xrightarrow[n \to +\infty]{} +\infty}$

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Alors b_n est solution de $x^2 + x = c_n$

Donc $b_n = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 + 4c_n}}{2}$. De plus $b_n \geqslant -\frac{1}{2}$ grâce à la relation de récurrence appliquée au rang $n-1$.

Ainsi $b_n = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + c_n}$. Par opérations sur les limites on conclut

ce $\boxed{b_n \xrightarrow[n \to +\infty]{} +\infty}$