Nom et Prénom :

Code Sujet : ◯ ◯ ◯

A	B	C	D	E	F	G	H	K	L	M	N	P	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

◯ TeSciA Feuille-Réponse Épreuve 1 ◯

R1

	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
f	0 ↘	$-\infty$	‖ $+\infty$ ↘	$-\infty$	‖ $+\infty$ ↘		0

R2 On observe que $z = \underbrace{(x-y)^2}_{\geqslant 0} + \underbrace{2y^2}_{\geqslant 0}$ donc $z \geqslant 0$

La valeur $z=0$ est atteinte si $x=0$ et $y=0$, ce qui est licite.
Ainsi, la plus petite valeur possible pour z est 0.

R3 On utilise la même méthode qu'en R2.
On observe que $-2 \leqslant x \leqslant 5$ et $-6 \leqslant -y \leqslant 3$ donc $-8 \leqslant x-y \leqslant 8$
Ainsi $|x-y| \leqslant 8$ puis $(x-y)^2 \leqslant 64$.
De même $|y| \leqslant 6$ donc $y^2 \leqslant 36$.
en sommant on trouve $\boxed{z \leqslant 136}$

Enfin, la valeur $z = 136$ est bien atteinte si $x=-2$ et $y=6$, ce qui est licite.
CONCLUSION : la plus grande valeur possible pour z est 136.

R4 Posons $f : x \in \mathbb{R}_+^* \longmapsto \ln(x) - x$.

f est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ (par somme) et $f' : x \longmapsto \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$.

Ensuite $f(x) \xrightarrow[x\to 0^+]{} -\infty$ (pas de forme indéterminée)

et $f(x) = \underbrace{x \Big(-1 + \underbrace{\frac{\ln(x)}{x}}_{\xrightarrow[x\to+\infty]{} 0}\Big)}_{\xrightarrow[x\to+\infty]{} -1}$ donc $f(x) \xrightarrow[x\to+\infty]{} -\infty$.

On en déduit le tableau de variations :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
f	‖ $-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$

Vu le tableau, l'équation $f(x) = -3$ a exactement une solution sur $]0,1]$, idem sur $[1,+\infty[$, et aucune en 1, donc $\ln(x) = x-3$ a exactement deux solutions.