Nom et Prénom :

Code Sujet : ○ ○ ○

A B C D E F G H K L M N P R S T U V W X Y Z 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

△ TeSciA Feuille-Réponse Épreuve 1 △

R5

On procède par récurrence.

La propriété au rang n est :

$\mathcal{P}(n)$: « $u_n = ax^n + by^n$ et $u_{n+1} = ax^{n+1} + by^{n+1}$ »

- Initialisation : $\mathcal{P}(0)$ est vraie d'après L9
- Hérédité : Soit $n \in \mathbb{N}$. On suppose $\mathcal{P}(n)$ vraie. Déjà $u_{n+1} = ax^{n+1} + by^{n+1}$

Ensuite $u_{n+2} = \frac{1}{4} u_{n+1} + \frac{1}{4} u_n$ (M57, admise)

$= \frac{1}{4}(ax^{n+1} + by^{n+1}) + \frac{1}{4}(ax^n + by^n)$ ($\mathcal{P}(n)$)

$= ax^n\left(\frac{x}{4} + \frac{1}{4}\right) + by^n\left(\frac{y}{4} + \frac{1}{4}\right)$ (réorganisation et factorisation)

$= ax^n \times x^2 + by^n \times y^2$ (L8)

$u_{n+2} = ax^{n+2} + by^{n+2}$. Ainsi $\mathcal{P}(n+1)$ est vraie.

Conclusion : Par principe de récurrence, $\forall n \in \mathbb{N}, \mathcal{P}(n)$

On en déduit formellement : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = ax^n + by^n$.

L1 $y = 0$	L2 $x_1 + x_2 = \frac{2}{y} - 1$
L3 $(-4 ; 4)$	L4 $y = -x$
L5 $0 \leq x^2 + y^2 \leq 61$	L6 $D =]-\sqrt{3} ; \sqrt{3}[\setminus \{-\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\}$
L7 $f'(x) = \frac{1}{1+x} - 1 + x = \frac{x^2}{1+x}$	L8 $c = \frac{1}{2}$ et $d = \frac{1}{4}$
L9 $a = \frac{5+3\sqrt{5}}{10}$ et $b = \frac{5-3\sqrt{5}}{10}$	L10 $\alpha = \frac{\pi}{2}$