



2022

Mathématiques Générales Avancées

Épreuve 2, Option B

19 mars 2022

16h-17h30 heure de Paris

Code sujet : ○ ○ ●

FONCTIONNEMENT DES QUESTIONS

- Les *questions à choix multiples* sont numérotées **M1**, **M2** etc. Le candidat y répond en **noircissant** la case correspondant à sa réponse dans la feuille-réponse \square . Pour chacune de ces questions, il y a une et une seule bonne réponse. Toute réponse fausse retire des points aux candidats. Noircir plusieurs réponses à une même question a un effet de neutralisation (le candidat récoltera 0 point).
- Les *questions à réponse brute* sont numérotées **L1**, **L2** etc. Elles ne demandent aucune justification : les résultats sont reportés par le candidat dans le cadre correspondant sur la feuille-réponse \triangle . Tout débordement de cadre est interdit.
- Les *questions à réponse rédigée* sont numérotées **R1**, **R2** etc. Elles sont écrites dans le cadre correspondant sur la feuille-réponse ○ ou la feuille-réponse \triangle , selon le symbole précédant le numéro de la question. Tout débordement de cadre est interdit.

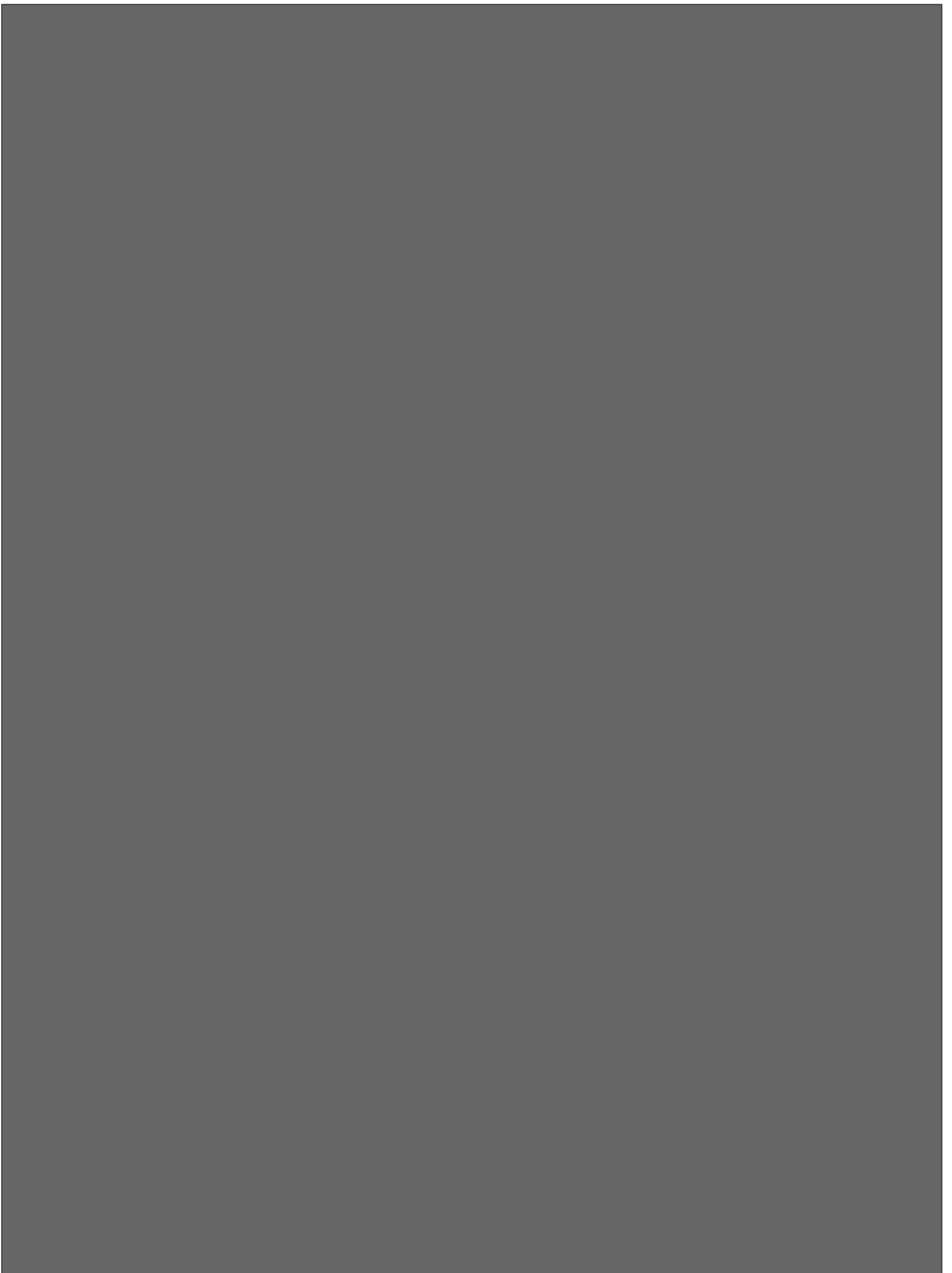
CONSEILS DE BON SENS

- L'énoncé est (très) long : il n'est absolument pas nécessaire d'avoir tout traité pour avoir une note et un classement excellents.
- Ne vous précipitez pas pour reporter vos réponses, notamment aux questions à choix multiples. Il est préférable d'avoir terminé un exercice avant d'en reporter les réponses.
- Ne répondez *jamais* au hasard à une question à choix multiples !
- Selon l'exercice, les questions peuvent être dépendantes les unes des autres ou non. Soyez attentifs à la variété des situations.

TeSciA est une initiative de l'AORES (Association pour une Orientation Raisonnée vers l'Enseignement supérieur Scientifique).

Énoncés et feuilles-réponses réalisés à l'aide du logiciel libre Auto-Multiple-Choice.

AORES



Exercice 1. Nombres réels

M1 L'ensemble des solutions réelles de l'inéquation $\frac{2}{x-1} < \frac{4}{x-1} + 2$ est :

- A** $]0, +\infty[$
 B aucune des autres réponses proposées
 C $]1, +\infty[$
 D $]2, +\infty[$
 E $] -\infty, 0[\cup]1, +\infty[$

M2 Pour que l'équation $e^{2x} - e^x = m$ possède exactement deux solutions, il faut et il suffit que m appartienne à :

- A** $] -\frac{1}{4}, 0[$ **B** $] -\frac{1}{4}, 0]$ **C** $] -\frac{1}{4}, 1]$ **D** $[-\frac{1}{4}, 1]$ **E** $[-\frac{1}{4}, +\infty[$

M3 Le nombre de solutions de l'équation $\ln(x - \sqrt{x} - 1) = 2$ d'inconnue x réelle est égal à :

- A** 1 **B** 0 **C** 3 **D** 4 **E** 2

M4 Pour deux réels x et y , la condition $|x + y| = ||x| - |y||$ est équivalente à la condition :

- A** $xy \geq 0$
 B $xy \leq 0$
 C $x \geq 0$ et $y \geq 0$
 D aucune des conditions citées
 E $x \leq 0$ et $y \geq 0$

L1 Donner deux entiers a et b tels que $\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = a + b\sqrt{2}$.

L2 Donner, pour x réel positif, une expression simplifiée de $A(x) = \sqrt{x+1+2\sqrt{x}} + \sqrt{x+1-2\sqrt{x}}$.

L3 Donner sans justification les solutions de l'équation $3|2-x| + 2|5-x| = 7$.

R1 Pour un nombre réel x , on note $E(x)$ l'unique entier relatif k tel que $k \leq E(x) < k + 1$. Soit n et p des entiers relatifs. Montrer que

$$E\left(\frac{n+p}{2}\right) + E\left(\frac{n-p+1}{2}\right) = n.$$

Exercice 2. Généralités sur les suites

- M5** Soit a et b deux nombres réels. On suppose que $a < b + \frac{1}{n}$ pour tout entier $n \geq 1$. Alors :
- A** $a \leq b$ **B** $a < b$ **C** $a = 0$ **D** On ne peut rien dire **E** $a = b$
- L4** Donner, sans justification, un exemple de suite bornée qui est divergente.
- L5** Donner, sans justification, la limite de la suite $\left(\frac{\cos(n)}{n}\right)_n$.

Vrai ou faux ?

- M6** Si une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante et la suite $((u_n)^2)_n$ est majorée, alors $(u_n)_n$ converge.
- A** Faux **B** Vrai
- M7** Si une suite $(u_n)_n$ est convergente, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} - u_n = 0$
- A** Faux **B** Vrai
- M8** Si une suite réelle $(u_n)_n$ tend vers $+\infty$, alors $u_{n+1} - u_n \geq 0$ à partir d'un certain rang.
- A** Faux **B** Vrai
- M9** Si une suite réelle $(u_n)_n$ tend vers $+\infty$, alors il existe une infinité d'entiers n tels que $u_{n+1} > u_n$.
- A** Faux **B** Vrai
- R2** Justifier votre réponse à la question précédente.

Exercice 3. Étude d'une suite

On considère dans cet exercice la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ définie par les conditions :

- $u_1 = 1$;
- $u_{n+1} = \sqrt{2 \left(1 + \frac{1}{n}\right)} u_n$ pour tout entier naturel n .

- M10** La suite $(u_n)_{n \geq 1}$:
- A** est croissante **B** n'est ni croissante ni décroissante **C** est décroissante
- M11** L'affirmation « quand n tend vers $+\infty$, u_n est géométrique » :
- A** est vraie **B** est fausse **C** est dénuée de sens

M12 L'affirmation « $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \sqrt{2}u_n$ » :

A est vraie **B** est fausse **C** est dénuée de sens

M13 Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

- A** $u_{n+1} \leq (\sqrt{2})^n$ pour tout entier naturel $n \geq 1$
 B $(\sqrt{2})^n \leq u_n \leq 2^n$ pour tout entier naturel $n \geq 1$
 C $(\sqrt{2})^n \leq u_{n+1} \leq 2^n$ pour tout entier naturel $n \geq 0$
 D $u_{n+1} \geq 2^n$ pour tout entier naturel $n \geq 0$
 E Aucune des autres affirmations n'est vraie

M14 Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

- A** La suite $(u_n)_{n \geq 1}$ ne converge pas et ne tend pas vers $+\infty$
 B $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
 C $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
 D $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \sqrt{2}$
 E La suite $(u_n)_{n \geq 1}$ a une limite qui n'est pas l'une des valeurs proposées dans les autres réponses

M15 Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

- A** La suite $\left(\frac{(u_n)^2}{n}\right)_{n \geq 1}$ est géométrique
 B La suite $(n(u_n)^2)_{n \geq 1}$ est géométrique
 C La suite $\left(\frac{(u_n)^2}{n^2}\right)_{n \geq 1}$ est géométrique
 D La suite $\left((1 + \frac{1}{n})(u_n)^2\right)_{n \geq 1}$ est géométrique
 E La suite $((u_n)^2)_{n \geq 1}$ est géométrique

M16 Pour tout entier $n \geq 1$, le terme u_n vaut :

- A** $n\sqrt{2^n}$ **B** $n\sqrt{2^{n-1}}$ **C** $\sqrt{n 2^{n-1}}$ **D** $\sqrt{(1 + \frac{1}{n}) 2^n}$ **E** $\sqrt{n 2^n}$

L6 Donner sans justification la limite de $\frac{u_n}{(\sqrt{2})^n}$ quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 4. Mots

Dans cet exercice, on appelle *mot* toute suite finie de 0 et de 1 contenant au moins un chiffre. Par exemple, 11010, 001011 et 00 sont des mots. La longueur d'un mot est alors le nombre de chiffres le constituant : les mots précédents sont de longueurs respectives 5, 6 et 2.

Si u et v sont deux mots, on note $u - v$ le mot obtenu en juxtaposant à la suite de u les chiffres du mot v . Par exemple, si $u = 1101$ et $v = 10001$, alors $u - v = 110110001$.

Si u est un mot, on note \hat{u} le mot obtenu en inversant l'ordre des chiffres de u . Par exemple, si $u = 1100101$, alors $\hat{u} = 1010011$. On dit qu'un mot u est un **palindrome** lorsque $u = \hat{u}$. Par exemple, le mot 1101011 est un palindrome.

Exemples

Dans les questions **M17** à **M19**, on prend $u = 0101$ et $v = 101101$.

M17 Vrai ou faux? Le mot u est un palindrome.

A Vrai B Faux

M18 Vrai ou faux? Le mot v est un palindrome.

A Faux B Vrai

L7 Écrire le mot $u - v$.

M19 Vrai ou faux? Le mot $u - v$ est un palindrome.

A Faux B Vrai

M20 Soit u et v deux mots. Le mot $\widehat{u - v}$ est systématiquement égal à :

A $\hat{v} - \hat{u}$ B $\hat{u} - \hat{v}$ C $v - \hat{u}$ D $\hat{u} - v$ E $\hat{v} - u$

M21 Soit u un *palindrome*. La propriété « le mot $u - u$ est un palindrome » est :

- A toujours vraie
 B toujours fausse
 C vraie pour certains palindromes u mais pas tous

M22 Soit u et v deux *palindromes*. La propriété « le mot $u - v$ est un palindrome » est :

- A vraie pour certains palindromes u et v mais pas tous
 B toujours fausse
 C toujours vraie

- M23** La propriété « le mot $u - v - u$ est un palindrome » est :
- A** vraie pour certains palindromes u et v mais pas tous
- B** vraie pour n'importe quels mots u et v
- C** fausse lorsque u et v sont des palindromes, mais vraie pour certains autres mots u et v qui ne sont pas des palindromes
- D** vraie lorsque u et v sont des palindromes, et uniquement dans ce cas
- E** vraie lorsque u et v sont des palindromes, mais aussi pour certains mots u et v qui ne sont pas des palindromes

Anti-mots

Étant donné un mot u , on note \bar{u} le mot obtenu en remplaçant tous les "1" de u par des "0", et tous les "0" de u par des "1". Par exemple, si $u = 1100101$, alors $\bar{u} = 0011010$.

On dit qu'un mot u est un **anti-mot** lorsque $\hat{u} = \bar{u}$. Par exemple,

- le mot $u = 001011$ est un anti-mot car $\hat{u} = 110100$ et $\bar{u} = 110100$, et ainsi $\hat{u} = \bar{u}$.
- le mot $u = 001101$ n'est pas un anti-mot car $\hat{u} = 101100$ et $\bar{u} = 110010$, et ainsi $\hat{u} \neq \bar{u}$.

- M24** Lequel des mots suivants est un anti-mot ?

A 1011100 **B** 011 **C** 101010 **D** 1001 **E** 1

- M25** Laquelle des affirmations suivantes est correcte ?

- A** Aucun mot u ne vérifie $\bar{u} = u$
- B** Tous les mots u vérifient $\bar{u} = u$
- C** Certains mots u vérifient $\bar{u} = u$, mais pas tous

- M26** Laquelle des affirmations suivantes est correcte ?

- A** Certains palindromes sont des anti-mots, mais pas tous
- B** Aucun palindrome n'est un anti-mot
- C** Tous les palindromes sont des anti-mots

- M27** La propriété « \bar{u} est un palindrome » est :

- A** vraie lorsque u est un palindrome, mais aussi pour certains mots u qui ne sont pas des palindromes
- B** vraie pour n'importe quel mot u
- C** vraie lorsque u est un palindrome, et uniquement dans ce cas
- D** fausse lorsque u est un palindrome, mais vraie pour certains mots u qui ne sont pas des palindromes
- E** vraie pour certains palindromes u mais pas tous

- M28** Laquelle des affirmations suivantes est correcte ?

- A** Si u est un anti-mot, alors les mots \bar{u} et \hat{u} peuvent être des anti-mots, mais il y a des exemples d'anti-mots u pour lesquels ce n'est pas le cas
- B** Si u est un anti-mot, alors les mots \bar{u} et \hat{u} ne sont pas des anti-mots
- C** Si u est un anti-mot, alors les mots \bar{u} et \hat{u} sont nécessairement des anti-mots

- R3** Soit u un mot de longueur *paire*. Démontrer que u est un anti-mot si et seulement s'il existe un mot v tel que $u = v - \widehat{v}$.

Nombre de 1

Étant donné un mot u de longueur n ainsi qu'un entier k compris entre 1 et n , on note $s_k(u)$ le nombre d'occurrences du chiffre 1 parmi les k premiers chiffres de u . Par convention, si $k = 0$, on pose $s_0(u) = 0$. Par exemple, pour le mot $u = 11010$:

- On a $s_0(u) = 0$ par convention ;
- Le premier chiffre de u est 1, donc $s_1(u) = 1$;
- Les deux premiers chiffres de u sont 1, 1, donc $s_2(u) = 2$;
- Les trois premiers chiffres de u sont 1, 1, 0, donc $s_3(u) = 2$;
- Les quatre premiers chiffres de u sont 1, 1, 0, 1, donc $s_4(u) = 3$;
- Les cinq premiers chiffres de u sont 1, 1, 0, 1, 0, donc $s_5(u) = 3$.

- M29** Le nombre $s_4(00101111)$ vaut :

A 1 **B** 2 **C** 4 **D** 0 **E** 5

- M30** Soit u un mot de longueur n . Si k est un entier compris entre 1 et n , alors le k -ième chiffre du mot u vaut :

A $s_k(u)$ **B** $s_{k-1}(u)$ **C** $s_{k+1}(u)$ **D** $s_{k+1}(u) - s_k(u)$ **E** $s_k(u) - s_{k-1}(u)$

- M31** Soit u et v deux mots de même longueur n . L'affirmation « si $s_k(u) = s_k(v)$ pour tout entier k compris entre 1 et n , alors $u = v$ » est :

- A** vraie pour certains choix de u , v et n , fausse pour d'autres
 B systématiquement vraie
 C systématiquement fausse

- M32** Soit u un mot de longueur n , et k un entier compris entre 1 et n . Alors $s_k(\bar{u})$ est égal à :

A $s_n(u) - s_k(u)$ **B** $n - s_k(u)$ **C** $k - s_k(u)$ **D** $k - s_{n-k}(u)$ **E** $s_n(u) - s_{n-k}(u)$

- M33** Soit u un mot de longueur n , et k un entier compris entre 1 et n . Alors $s_k(\widehat{u})$ est égal à :

- A** $k - s_k(u)$
 B $n - s_{n-k}(u)$
 C $k - s_{n-k}(u)$
 D $s_n(u) - s_k(u)$
 E $s_n(u) - s_{n-k}(u)$

Exercice 5. Rationnels et irrationnels

Un nombre réel x est dit **rationnel** lorsqu'il existe des entiers relatifs p et q , avec q non nul, tels que $x = \frac{p}{q}$. Dans le cas contraire x est dit **irrationnel**. L'ensemble des nombres rationnels est noté \mathbb{Q} , l'ensemble des nombres irrationnels est donc $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

On admettra que π et e (base du logarithme népérien) sont irrationnels, de même que \sqrt{n} pour tout entier $n \geq 2$ qui n'est pas le carré d'un entier.

M34 Parmi les nombres

$$a = \sqrt{5}, \quad b = 1,000000005, \quad c = -4 \quad \text{et} \quad d = \frac{2}{1/3},$$

lesquels sont rationnels?

- A** c et d **B** Aucun **C** Tous **D** b, c et d **E** b et c

M35 Vrai ou faux? La somme et le produit de deux nombres rationnels sont toujours rationnels.

- A** Faux **B** Vrai

M36 Soit x un rationnel et y un irrationnel. L'affirmation « $x + y$ est irrationnel » est :

- A** vraie quel que soit le choix de x et y
 B vraie pour au moins un choix de x et y , fausse pour au moins un autre
 C fausse quel que soit le choix de x et y

R4 Justifiez brièvement votre réponse à la question **M36**.

M37 Soit x un rationnel et y un irrationnel. L'affirmation « xy est irrationnel » est :

- A** vraie pour au moins un choix de x et y , fausse pour au moins un autre
 B fausse quel que soit le choix de x et y
 C vraie quel que soit le choix de x et y

L8 Parmi les nombres

$$a = \sqrt{256}, \quad b = \frac{\pi}{6}, \quad c = \sin \frac{\pi}{6}, \quad d = \sqrt{e} \quad \text{et} \quad f = \sqrt{3 + \sqrt{8}} - \sqrt{2},$$

indiquer sans justification lesquels sont irrationnels.

M38 Vrai ou faux? La suite $\left(\frac{\sqrt{2}}{n}\right)_n$ converge vers 0.

- A** Faux **B** L'affirmation n'a pas de sens **C** Vrai

M39 Vrai ou faux? Il existe une suite de nombres irrationnels qui converge vers 0.

- A** Vrai **B** Faux **C** L'affirmation n'a pas de sens

M40 Vrai ou faux? La limite d'une suite convergente de nombres rationnels est toujours un nombre rationnel.

A Vrai **B** Faux

M41 Soit $x \in [0, 1[$ donné par son développement décimal illimité $x = 0, x_1 x_2 x_3 \dots x_n \dots$. Pour tout entier $n \geq 1$, on considère le nombre $u_n = 0, x_1 x_2 x_3 \dots x_n 000000000 \dots$, définissant ainsi une suite u .

- A** La suite u converge vers x
 B La suite u tend vers x sauf s'il y a une infinité de 9 parmi les x_n
 C La suite u diverge si x est rationnel
 D La suite u peut converger vers un nombre réel autre que x
 E La suite u diverge si x est irrationnel

M42 Soit $x \in [0, 1[$. Alors :

- A** x est limite d'une suite de nombre rationnels
 B Les autres propositions n'ont pas de sens
 C x est limite d'une suite de nombres rationnels si et seulement s'il est lui-même rationnel

On note f la fonction définie sur \mathbb{R} comme suit :

- $f(0) = 0$;
- $f(x) = 1$ pour tout rationnel non nul x ;
- $f(x) = 0$ pour tout irrationnel x .

M43 On considère le raisonnement suivant :

« 0 est limite d'une suite d'irrationnels. Or f est nulle en tout irrationnel. Donc f est continue en 0. »

Ce raisonnement est :

A correct **B** incorrect

R5 Justifiez votre réponse à la question **M43**.

M44 Laquelle des propositions suivantes est vraie?

- A** La fonction f est continue
 B La fonction f est continue en tout point de \mathbb{Q} , et seulement en ces points
 C La fonction f est continue en 0, et seulement en 0
 D La fonction f est continue en tout point de $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, et seulement en ces points
 E Aucune des autres affirmations proposées n'est vraie

M45 On note g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = xf(x)$. Laquelle des propositions suivantes est vraie?

- A** La fonction g est continue en tout point de \mathbb{Q} , et seulement en ces points
 B La fonction g est continue en tout point de $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, et seulement en ces points
 C La fonction g est continue en 0, et seulement en 0
 D La fonction g est continue
 E Aucune des autres affirmations proposées n'est vraie

□ **M46** On note h la fonction définie sur \mathbb{R} comme suit :

- $h(x) = 0$ si $x \in \mathbb{Z}$;
- $h(x) = \frac{1}{q}$ si $x = \frac{p}{q}$ est un nombre rationnel non entier écrit sous forme irréductible (avec donc $q \geq 2$, et p et q sans diviseur positif commun autre que 1) ;
- $h(x) = 0$ si x est irrationnel.

Par exemple, $h(\sqrt{2}) = 0$, $h(1) = 0$, et $h(\frac{2}{3}) = h(\frac{4}{6}) = \frac{1}{3}$.

On introduit des propriétés éventuelles de h :

- (a) pour tout x réel, $h(x+1) = h(x)$;
- (b) l'ensemble des valeurs prises par h est un intervalle ;
- (c) la fonction h est continue en 0 ;
- (d) la fonction h est continue en $\frac{1}{2}$;
- (e) la fonction h tend vers 0 en $+\infty$.

Lesquelles de ces cinq propriétés sont vraies ?

- (a) et (d)
 (c) et (e)
 (a), (b) et (c)
 (b), (d) et (e)
 (a) et (c)

Exercice 6. Logique

Vous êtes perdu sur une piste dans le désert. Vous arrivez à une bifurcation : de cette bifurcation partent deux pistes, une vers la gauche et une vers la droite. Chacune de ces pistes peut conduire à une oasis ou se perdre dans le désert.

À côté de la bifurcation se tiennent trois sphinx.

Chaque sphinx vous donne une affirmation :

Sphinx 1 : « Une au moins des deux pistes mène à une oasis. »

Sphinx 2 : « La piste de droite se perd dans le désert. »

Sphinx 3 : « Si la piste de gauche se perd dans le désert alors celle de droite mène à une oasis. »

Pour les questions **M47** et **M48**, on suppose que la proposition suivante est vraie :

Proposition A : Les trois sphinx disent la vérité.

□ **M47** La piste de droite mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?

- (A) Dans le désert
- (B) À une oasis
- (C) La proposition A est absurde
- (D) Les deux sont possibles

- M48** La piste de gauche mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?
- A** Dans le désert
 - B** Les deux sont possibles
 - C** À une oasis
 - D** La proposition A est absurde

Pour les questions **M49** et **M50**, on suppose que la proposition suivante est vraie :

Proposition B : Le sphinx 1 ment, mais chacun des autres peut mentir ou dire la vérité.

- M49** La piste de droite mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?
- A** Dans le désert
 - B** Les deux sont possibles
 - C** À une oasis
 - D** La proposition B est absurde
- M50** La piste de gauche mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?
- A** Dans le désert
 - B** La proposition B est absurde
 - C** Les deux sont possibles
 - D** À une oasis

Pour les questions **M51** et **M52**, on suppose que la proposition suivante est vraie :

Proposition C : Le sphinx 2 ment, mais chacun des autres peut mentir ou dire la vérité.

- M51** La piste de droite mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?
- A** Les deux sont possibles
 - B** Dans le désert
 - C** La proposition C est absurde
 - D** À une oasis
- M52** La piste de gauche mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?
- A** Dans le désert
 - B** Les deux sont possibles
 - C** À une oasis
 - D** La proposition C est absurde

Pour les questions **M53** et **M54**, on suppose que la proposition suivante est vraie :

Proposition D : Le sphinx 3 ment, mais chacun des autres peut mentir ou dire la vérité.

M53 La piste de droite mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?

- A** La proposition D est absurde
- B** Les deux sont possibles
- C** Dans le désert
- D** À une oasis

M54 La piste de gauche mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?

- A** Les deux sont possibles
- B** La proposition D est absurde
- C** Dans le désert
- D** À une oasis

Pour les questions **M55** et **M56**, on suppose que la proposition suivante est vraie :

Proposition E : Les trois sphinx mentent.

M55 La piste de droite mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?

- A** Les deux sont possibles
- B** Dans le désert
- C** La proposition E est absurde
- D** À une oasis

M56 La piste de gauche mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?

- A** Les deux sont possibles
- B** Dans le désert
- C** La proposition E est absurde
- D** À une oasis

Pour les questions **M57** et **M58**, on suppose que la proposition suivante est vraie :

Proposition F : Seul un des trois sphinx dit la vérité.

M57 La piste de droite mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?

- A** La proposition F est absurde
- B** À une oasis
- C** Les deux sont possibles
- D** Dans le désert

M58 La piste de gauche mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?

A La proposition F est absurde

B Dans le désert

C À une oasis

D Les deux sont possibles

Pour les questions **M59** et **M60**, on suppose que la proposition suivante est vraie :

Proposition G : Seul un des trois sphinx ment.

M59 La piste de droite mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?

A La proposition G est absurde

B Dans le désert

C Les deux sont possibles

D À une oasis

M60 La piste de gauche mène-t-elle à une oasis ou dans le désert ?

A Dans le désert

B La proposition G est absurde

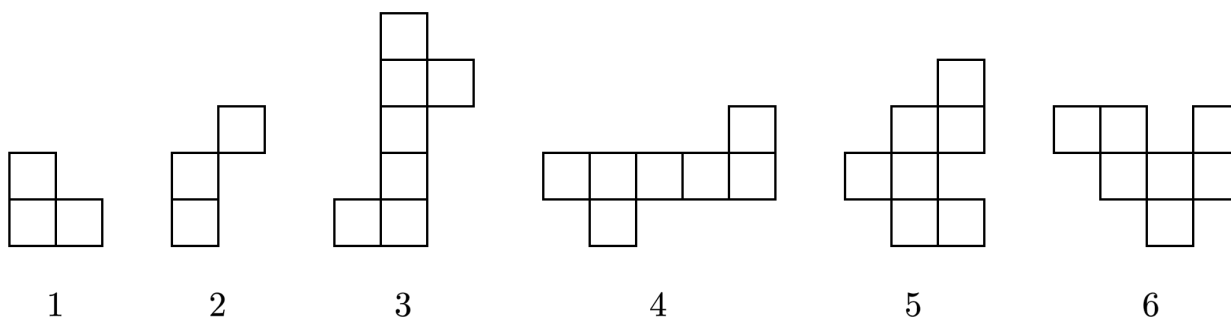
C À une oasis

D Les deux sont possibles

Exercice 7. Polyominos

Un **polyomino** est un assemblage de carrés de côté 1, appelés « cellules », collés les uns aux autres le long d'un côté. Deux tels assemblages définissent le même polyomino lorsqu'ils peuvent être transformés l'un en l'autre à l'aide de symétries, de rotations ou de translations. Il existe un seul polyomino à une cellule, représenté par un carré de côté 1. De même, il existe un seul polyomino à deux cellules, représenté par deux cellules accolées.

Dans le dessin suivant :



- Toutes les assemblages présentés représentent un polyomino, à l'exception de la figure 2.
- Les assemblages 3 et 4 représentent le même polyomino car on peut obtenir l'un à partir de l'autre à l'aide d'une symétrie d'axe vertical et d'une rotation.

△ **L9** Combien existe-t-il de polyominos à trois cellules ?

△ **L10** Combien existe-t-il de polyominos à quatre cellules ?

□ **M61** Le nombre de polyominos à cinq cellules est :

- A** 12 **B** 8 **C** 5 **D** 15 **E** 10

Un **polyomino unilatéral** est un assemblage de cellules : deux assemblages représentent le même polyomino unilatéral lorsqu'il est possible de transformer l'un en l'autre uniquement à l'aide de rotations ou de translations.

Dans le dessin ci-dessus, les assemblages 5 et 6 représentent le même polyomino et aussi le même polyomino unilatéral, car on peut obtenir l'un à partir de l'autre à l'aide d'une rotation. En revanche, les assemblages 3 et 4 représentent deux polyominos unilatéraux distincts.

□ **M62** Le nombre de polyominos unilatéraux à trois cellules est :

- A** 3 **B** 2 **C** 1 **D** 4

□ **M63** Le nombre de polyominos unilatéraux à quatre cellules est :

- A** 3 **B** 5 **C** 4 **D** 7 **E** 6

M64 Le nombre de polyominos unilatéraux à cinq cellules est :

- A** 15 **B** 17 **C** 18 **D** 12 **E** 10

M65 Le nombre de polyominos à six cellules est :

- A** 25 **B** 23 **C** 35 **D** 31 **E** 18
-